www.SalmiMath.com

التمرين 1:

1) $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=27$

2) أ) تعويض إحداثيات A في معادلة (S).

ب) $\vec{u}_{(\Delta)}(1,1,-1)$ منظمية على $\vec{AB}$ و $B\in(S)$ و $A\in(S)$ $\Leftarrow$ $x+5y-z-23=0$

ج) N مسقطها العمودي على (Δ) هو A إذن $\vec{AN}\perp\vec{u}$ و $\vec{AN}\cdot\vec{u}=0$

$\vec{AN}\cdot\vec{AB}=\vec{AN}\cdot\vec{AN}=AN^2=R^2=27$

د) $N(x,y,z)$ وحساب الجداء السلمي و النتيجة $x+5y-z-23=0$.

3) $\vec{AI}(-36,9,9)$ و $\vec{u}(1,1,-1)$ $\Rightarrow$ $d(I,(\Delta))=\frac{\|\vec{AI}\wedge\vec{u}\|}{\|\vec{u}\|}=\sqrt{27}$

4) أ) تعويض في معادلة (S):

$(\Delta)\begin{cases}x=4+2t\\y=-5+t\\z=10+7t\end{cases}$

$(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=27$

$54t^2+108t+54=0$

$t^2+2t+1=0 \Leftrightarrow (t+1)^2=0 \Leftrightarrow t=-1$

نقطة التماس $B(2,-6,3)$

ب) $\vec{n}(2,1,7)$ و $\vec{u}(1,5,-1)$ منظمية على P:

$\vec{n}\cdot\vec{u}=0$ إذن $\vec{n}\perp\vec{u}$ ومنه $(\Delta)\parallel(P)$.

التمرين 2:

في السحب من E نسمي عدد التآليف وفي السحب من F نسمي عدد الترتيبات دون تكرار: $\text{Card}\Omega=C_2^2\times A_4^2=6\times 2=12$

بالتوفيق

$X=2 \leftarrow (1,2)_E$ و $(1,5)_F$ و $(2,1)_E$ و $(5,1)_F$

$X=3 \leftarrow (1,1)_E$ و $(5,1)_F$ أو $(1,1)_E$ و $(5,1)_F$

$X=4 \leftarrow (1,1)_E$ و $(1,1)_F$.

$P(X=2)=\frac{C_2^1C_1^1A_4^1A_1^1}{60}=\frac{\frac{21}{1!1!}}{60}=\frac{16}{60}=\frac{4}{15}$

$P(X=3)=\frac{C_2^2A_4^1A_1^1\frac{21}{1!1!}+C_2^1C_1^1A_4^2}{60}=\frac{32}{60}=\frac{8}{15}$

$P(X=4)=\frac{C_2^2\times A_4^2}{60}=\frac{12}{60}=\frac{1}{5}$

ب) نضع A هو الحادث المحصورتان بين 1 و 3 ».

B هو « مجموع أرقام الكرات الأربع يساوي 8 ».

$A\cap B$ هو « تحمل الكرتان 1 و 1 ».

$P(H)=P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{2/15}{8/15}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

$P(A\cap B)=\frac{C_2^2\cdot A_4^1A_1^1\frac{21}{1!1!}}{60}=\frac{8}{60}=\frac{2}{15}$: ومنه

التمرين 3:

1) $\Delta=-16$ ، $z_2=3+2i$ ، $z_1=3-i$

2) $\frac{a-c}{b-c}=\frac{2+2i}{2-2i}=\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)(1+i)}{1+1}=\frac{2i}{2}=i=[1,\frac{\pi}{2}]$

$\Rightarrow \left|\frac{a-c}{b-c}\right|=1$ و $(\vec{CB},\vec{CA})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi] \Rightarrow \frac{AC}{BC}=1$ و $(CB)\perp(CA)$

إذن ABC مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية في C.

3) $\vec{DA}=5\vec{DB}$ ومنه $a-d=5(b-d)$ إذن $a-d=5i$

$b-d=i$

إذن A هو B بالتحاكي الذي مركزه D ونسبته 5.

4) $d=[3\sqrt{2},-\frac{\pi}{4}]$ إذن $\frac{d}{3\sqrt{2}}=[1,-\frac{\pi}{4}]$ ومنه

$\left(\frac{d}{3\sqrt{2}}\right)^{2018}=[1,-\frac{2018\pi}{4}]=[1,-\frac{1009\pi}{2}]=[1,-\frac{\pi}{2}-504\pi]$

$=[1,-\frac{\pi}{2}]=-i \Rightarrow \left(\frac{d}{3\sqrt{2}}\right)^{2018}+i=0$

مسألة I

1) $f(x)+f(-x)=\ln\left((\sqrt{1+9x^2}+3x)(\sqrt{1+9x^2}-3x)\right)$

$=\ln(1+9x^2-9x^2)=\ln(1)=0$ لكل x من $\mathbb{R}$

إذن لكل x من $\mathbb{R}$ $f(-x)=-f(x)$ إذن f فردية

2) أ) $f(x)=\ln x\left(\sqrt{\frac{1}{x^2}+9}+3\right)=\ln x+\ln\left(\sqrt{\frac{1}{x^2}+9}+3\right)$: $x>0$

$\lim_{+\infty}\ln x=+\infty$ و $\lim_{+\infty}\ln\left(\sqrt{\frac{1}{x^2}+9}+3\right)=\ln 6 \Rightarrow \lim_{+\infty}f(x)=+\infty$

ب) $\lim_{+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{+\infty}\frac{\ln x}{x}+\frac{\ln\left(\sqrt{\frac{1}{x^2}+9}+3\right)}{x}=0+0$: إذن $\lim_{+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$

يقبل فرع C_f شلجميا في اتجاه محور الأفاصيل بجوار $+\infty$.

ج) نضع $x=-t$ حيث t يؤول إلى $+\infty$ فإن t يؤول إلى $+\infty$

$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{t\to+\infty}f(-t)=-\lim_{t\to+\infty}f(t)=-(+\infty)=-\infty$

(C_f يقبل فرع قطع مكافئ)

3) $f'(x)=\frac{(\sqrt{1+9x^2}+3x)'}{\sqrt{1+9x^2}+3x}=\frac{\frac{18x}{2\sqrt{1+9x^2}}+3}{\sqrt{1+9x^2}+3x}=\frac{9x+3\sqrt{1+9x^2}}{\sqrt{1+9x^2}(\sqrt{1+9x^2}+3x)}$

$=\frac{3(3x+\sqrt{1+9x^2})}{\sqrt{1+9x^2}(\sqrt{1+9x^2}+3x)}=\frac{3}{\sqrt{1+9x^2}}>0 \Rightarrow f$ تزايدية تماما

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

4) $f'(0)=3$ ، $f(0)=0$

$(T): y=f'(0)(x-0)+f(0)=3x$

III) 1) $\lim_{+\infty}g(x)=\lim_{+\infty}x\left(\frac{f(x)}{x}-1\right)$

$=(+\infty)(0-1)=-\infty$

2) $g'(x)=f'(x)-(x)'=\frac{3}{\sqrt{1+9x^2}}-1=\frac{3-\sqrt{1+9x^2}}{\sqrt{1+9x^2}}$

$g'(x)=\frac{8-9x^2}{\sqrt{1+9x^2}(3+\sqrt{1+9x^2})}$; $g'(x)=0 \Leftrightarrow 8-9x^2=0$ $x\geq 0$

$\Leftrightarrow x=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

x	0		$\frac{2\sqrt{2}}{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	↗	$0,8$	↘	$-\infty$

x	$-\infty$		$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$		$\frac{2\sqrt{2}}{3}$		$+\infty$
$8-9x^2$		$-$	0	$+$	0	$-$	

3) g متصلة وتناقصية قطعا على $[\frac{2\sqrt{2}}{3};+\infty[$ إذن $g([\frac{2\sqrt{2}}{3};+\infty[)=]-\infty,0]$

إذن 0 له سابق وحيد α في $[\frac{2\sqrt{2}}{3};+\infty[$.

4) أ) f متصلة وتزايدية قطعا على $\mathbb{R}$ و $f(\mathbb{R})=\mathbb{R}$: تتمم المنحنى بالتماثل بمركز المعلم لأن f فردية.

C_f هو مماثل $C_{f^{-1}}$ بالنسبة $y=x$

$x\in\mathbb{R}, y\in\mathbb{R}$

$f(y)=x \Leftrightarrow \ln(\sqrt{1+9y^2}+3y)=x$

$\Leftrightarrow \sqrt{1+9y^2}+3y=e^x$

$\Leftrightarrow \sqrt{1+9y^2}=e^x-3y$

$\Leftrightarrow 1+9y^2=e^{2x}-6ye^x+9y^2$

$\Leftrightarrow y=\frac{e^{2x}-1}{6e^x}$

$f^{-1}(x)=\frac{e^{2x}-1}{6e^x}$

بالتوفيق

ب) بالترجيع والاتصال $f([\alpha,4])=[f(\alpha),f(4)]=[\alpha,u_1]$ و f تزايدية على $[\alpha,4]$

ج) $\forall x\in[\alpha,+\infty[: f(x)\geq x$

إذن $\forall n: f(u_n)\geq u_n$

ومنه $u_{n+1}\geq u_n$: $\forall n$

إذن (u_n) تناقصية قطعا.

3) الشرط الكافي وحلول المعادلة $f(x)=x$ على $[\alpha,4]$ هو $x=\alpha$

إذن $\lim_{n\to+\infty}u_n=\alpha$

مسألة II

1) $f'(x)=\frac{3}{\sqrt{1+9x^2}}$ إذن $f(x)=\ln(3x+\sqrt{1+9x^2})$

$g(x)=x^2$ إذن $g'(x)=1$ ،

$I=\left[x\ln(3x+\sqrt{1+9x^2})\right]_0^\alpha-\int_0^\alpha\frac{3x}{\sqrt{1+9x^2}}dx$

$=\alpha\left(\ln(3\alpha+\sqrt{1+9\alpha^2})-\left[\frac{\sqrt{1+9x^2}}{3}\right]_0^\alpha\right.$

$=\alpha\ln(e^\alpha)-\frac{\sqrt{1+9\alpha^2}}{3}+\frac{1}{3}=\frac{3}{2}\alpha^2-\frac{e^\alpha-3\alpha}{3}+\frac{1}{3}$

2) $S=\int_0^\alpha|f(x)-x|dx=\int_0^\alpha f(x)-x\,dx$

$=I-\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^\alpha=\frac{\alpha^2}{2}+\alpha+\frac{1-e^\alpha}{3}$.

3) $x\leq f(x)$ على $[0,\alpha]$

4) المساحة المطلوبة هي S لأن C_f فوق مقاربه المائل $y=x$ بالنسبة للمستقيم.

Scanned by CamScanner

www.SalmiMath.com